

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO**

**Escola Paulista de Política, Economia e Negócios (EPPEN)**

**Aplicação da Teoria dos Valores Extremos no Cálculo do Risco  
Atuarial para o Mercado de Seguros de Automóveis no Brasil**

**Angélica Tidori Takiguchi**

Osasco - SP

2019

Angélica Tidori Takiguchi

**Aplicação da Teoria dos Valores Extremos no Cálculo do Risco  
Atuarial para o Mercado de Seguros de Automóveis no Brasil**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado na  
Escola Paulista de Política, Economia e Negócios  
(EPPEN), Campus Osasco da Unifesp como parte  
dos requisitos básicos para a conclusão do Curso de  
Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Dr. Edimilson Costa Lucas

Osasco – SP

2019

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente eu gostaria de agradecer à minha família que sempre me apoiou nas minhas decisões e me ajudou nos momentos mais críticos da minha vida.

Em seguida, gostaria de agradecer a todos os professores do curso Ciências Atuariais da Unifesp – EPPEN por todo o aprendizado que eu obtive nesses últimos cinco anos e, em especial, para o meu orientador Prof. Dr. Edimilson Costa Lucas, por todo o seu apoio, comprometimento e total disponibilidade para me ajudar a realizar esse estudo.

Por fim, quero dedicar esse trabalho à minha avó materna, Miyoko Miyazaki Sekiya (*In Memoriam*), e à minha avó paterna, Tidoru Takiguchi (*In Memoriam*), que foram e são exemplos de mulheres fortes e que, apesar das adversidades, conseguiram conquistar vitórias que sempre serão inspirações para a minha vida.

## RESUMO

Dados da Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização (CNSeg) mostram que, nos últimos anos, o mercado segurador brasileiro está crescendo em média 13,16%a.a., sendo o ramo de automóveis um dos principais responsáveis por isso. Dessa forma, uma das principais preocupações das seguradoras está em lidar com as incertezas em relação aos eventos raros que possam ter consequências impactantes a que estão submetidas e, para se estimar essa possível perda, um dos métodos mais empregados pelas seguradoras no gerenciamento de risco de mercado é o cálculo do VaR (*Value at Risk*). Para tanto, os métodos tradicionalmente utilizados para seu cálculo são o RiskMetrics, o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e a Simulação Histórica. Porém, existe uma outra forma pouco difundida no mercado brasileiro de seguros que é através da aplicação da Teoria dos Valores Extremos (TVE). Em razão de que qualquer variação percentual mínima na estimativa do risco pode representar vultosas perdas financeiras, este projeto almeja avaliar comparativamente os métodos de avaliação de risco atuarial a partir das metodologias empregadas pela Teoria de Valores Extremos, RiskMetrics, GARCH e Simulação Histórica. Para tal avaliação, serão empregados dados do mercado de seguros de automóveis no Brasil e testes de *backtesting* serão realizados.

**Palavras-chave:** Teoria dos Valores Extremos; Seguro de Automóveis; Valor em Risco; Riskmetrics; GARCH; Simulação Histórica.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>2</b>
<b>1.2 OBJETIVOS .....</b>	<b>3</b>
1.2.1 Objetivo Geral: .....	3
1.2.2 Objetivos Específicos: .....	3
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>4</b>
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>10</b>
<b>3.1 Modelos para o cálculo do VaR .....</b>	<b>11</b>
3.1.1 Teoria dos Valores Extremos (TVE) .....	11
3.1.2 RiskMetrics .....	13
3.1.3 GARCH ( <i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i> ) .....	14
3.1.4 Simulação Histórica.....	15
<b>3.2 Testes de Avaliação dos Modelos .....</b>	<b>16</b>
3.2.1 <i>Backtesting</i> de Kupiec (1995) .....	16
<b>4. RESULTADOS .....</b>	<b>16</b>
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>23</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O mercado segurador, composto pelos segmentos de seguros gerais, saúde suplementar, previdência complementar aberta e capitalização, vem apresentando um crescimento de, em média, 13,16%a.a. no Brasil nos últimos anos (CNSeg, 2018). Segundo o 6º Relatório de Análise e Acompanhamento dos Mercados da SUSEP (2017), em 2003 esse mercado representava, aproximadamente, 2,59% (R\$ 20,7 bilhões) do PIB brasileiro e ele passou para 3,82% (R\$ 240,66 bilhões) em 2016. Nesse mesmo ano, observou-se que o setor de seguros foi responsável por 1,61% (R\$ 101,43 bilhões) do PIB.

Esse segmento de seguros é composto por 120 seguradoras e, em 2016, faturou em torno de R\$ 140,8 bilhões, sendo que o ramo de Automóvel, um dos principais, teve uma contribuição considerável de R\$ 32,6 bilhões (Sincor, 2016). Além disso, segundo análise estatística realizada em 2017 pela Federação Nacional dos Corretores de Seguros (Fenacor), o ramo de Automóvel juntamente com o de Pessoas apresentaram uma participação expressiva na receita do mercado de seguros, sendo de 31% e de 32% respectivamente, nesse ano.

Essas informações mostram que o mercado de seguros movimenta uma quantia considerável na economia brasileira e que grande parte desse valor está relacionada ao ramo de Automóvel. Com isso, uma das principais preocupações observada nessa área, por parte das companhias de seguros, está em lidar com as incertezas em relação às grandes perdas a que estão submetidas. Para conseguir estimar o valor de perda máxima que uma seguradora está exposta, um dos métodos mais difundido no mercado é o cálculo do VaR (*Value at Risk*).

O VaR é uma medida de risco que mostra o valor máximo de perda que uma empresa está submetida para um determinado período de tempo dado um nível de confiança. Tal métrica é uma ferramenta estatística comumente utilizada para mensurar os eventos concentrados nas caudas da distribuição dos retornos. Os métodos normalmente utilizados para seu cálculo são o RiskMetrics, o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e a Simulação Histórica. Além disso, o Valor em Risco (VaR) é uma métrica aceita para quantificar o risco de

mercado sendo considerada como parte da evolução da gestão de risco. Vale lembrar que, a introdução do VaR foi realizada em outubro de 1994, quando o banco JP Morgan lançou o RiskMetrics™ (Jorion, 1997).

Contudo, existe uma outra forma de avaliação de risco atuarial pouco difundida no mercado de seguros no Brasil que é através da aplicação da Teoria dos Valores Extremos (TVE). A TVE estuda as caudas das distribuições, ou seja, as distribuições das estatísticas de mínimo e máximo. Segundo Arraes & Rocha (2006), a Teoria dos Valores Extremos contribui para o aprimoramento dos modelos de VaR porque se concentra apenas no ajuste da distribuição dos valores extremos da variável aleatória, diminuindo, portanto, a influência dos valores centrais, ou seja, ela estima apenas os retornos extremos ao invés da distribuição de todos os retornos.

## **1.1 JUSTIFICATIVA**

O capital mínimo requerido de uma seguradora precisa ser precisamente calculado para evitar que ela quebre como também para conseguir a alocação eficiente do seu capital. Desse modo, torna-se relevante o cálculo do VaR e, mais ainda, a análise de qual método melhor se ajusta com os dados observados no mercado. Os métodos mais usuais para esse cálculo são RiskMetrics, GARCH e a Simulação Histórica. No entanto, uma outra maneira de se estimar o VaR é através da Teoria dos Valores Extremos (TVE). Com isso, é relevante comparar qual desses métodos melhor estima o VaR, ou seja, qual melhor se aplica aos dados obtidos da Superintendência de Seguros Privados (SUSEP).

Nesse contexto, a proposta deste trabalho se justifica no âmbito da área de formação e atuação profissional do atuário porque, segundo Souza (2007):

“Ciências Atuariais é o ramo do conhecimento que lida com a matemática de seguro, incluindo probabilidades, usadas para garantir que os riscos sejam cuidadosamente avaliados, os prêmios sejam estabelecidos adequadamente pelos seus classificadores de risco e a provisão para os pagamentos futuros de benefícios seja adequada”. (Souza, 2007. p 132)

Dessa forma, a realização deste estudo poderá trazer importantes informações que contribuirão para o aprimoramento da atuação deste profissional na mensuração do risco atuarial.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo Geral:**

Fornecer ferramentas para melhorar o desempenho do atuário na estimação do Risco Atuarial para o seguro de automóvel.

### **1.2.2 Objetivos Específicos:**

- i. Analisar comparativamente os métodos da Teoria de Valores Extremos, RiskMetrics, GARCH e Simulação Histórica.
- ii. Avaliação dos modelos propostos, para os níveis de significância de 10%, 5% e 1%, por meio da aplicação o *Backtesting* de Kupiec.
- iii. Constatar qual método melhor se ajusta aos valores observados no mercado.



Para atingir tais objetivos, além dessa introdução, segue o Capítulo 2 que abordará a revisão da literatura contendo outros estudos, nacionais e internacionais, que também aplicaram os modelos analisados nesse trabalho para o cálculo do VaR e suas respectivas conclusões. Em seguida, o Capítulo 3 apresentará a metodologia que será utilizada para cada um dos quatro modelos para o cálculo do VaR como também para o *Backtesting* de Kupiec. Por fim, o Capítulo 4 mostrará os resultados obtidos por meio dos softwares estatísticos Stata e Gretl e as interpretações dos mesmos.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Os riscos correspondem a um fator preponderante na saúde financeira das seguradoras e por isso sua adequada estimação é de grande interesse nessa área.

Nas últimas décadas, o VaR tem sido muito utilizado para a mensuração do risco no mercado, com isso várias metodologias foram desenvolvidas para seu cálculo. Como existem muitas maneiras de estimação, vários trabalhos, apresentados a seguir, foram realizados com o intuito de testar e comparar essas diferentes metodologias e averiguar qual é a mais eficiente para ser aplicada em diferentes áreas, como no mercado financeiro, nas companhias seguradoras, e nos índices das principais bolsas nacional e internacional.

Além disso, são apresentados também alguns trabalhos que abordam o uso da base de dados mensais. Esses trabalhos demonstram que o uso de uma base de dados mensais é aplicável para os modelos do cálculo do VaR, que serão aplicados no presente trabalho.

A seguir, uma breve apresentação das referências estudadas, abordando também a Teoria dos Valores Extremos e os demais modelos, RiskMetrics, GARCH e Simulação Histórica, e uma breve exposição das referências estudadas que, semelhante à escolha realizada neste trabalho, também utilizaram uma base de dados mensais.

Começando com Ng (1991) que examinou, utilizando uma base de retornos mensais de todas as ações ordinárias negociadas na Bolsa de Valores de Nova York, vários testes multivariados para se modelar os preços dos ativos. Para isso, aplicou-se o modelo do GARCH(1,1) na matriz de covariância condicional dos retornos dos ativos calculada nas diversas técnicas de formação do portfólio abordadas no trabalho. No fim, chegou-se à conclusão de que a razão entre recompensa e risco ou a razão entre o retorno esperado do mercado e a variação condicional de mercado estão positivamente correlacionadas com o nível da variância condicional do mercado.

Assim como Ng (1991), Bauwens, Deprins e Vandeuren (1997) também usaram várias séries de dados mensais de diversos ativos retiradas da OECD (Organization for Economic Cooperation and Development). O objetivo deles era estudar a inclusão do efeito GARCH em um modelo VaR bivariado e modelar e prever a evolução conjunta das taxas de juros de curto e longo prazos. Além disso, também testaram a cointegração dessas duas taxas de juros, com e sem o efeito GARCH. Os resultados obtidos apontaram que a incorporação da parte GARCH permite concluir com mais clareza a existência de uma relação de cointegração e que os modelos foram úteis para as previsões de curto prazo das taxas de juros.

Já McNeil (1997) utilizou a Teoria de Valores Extremos para modelar as caudas das distribuições de perdas dos seguros por incêndio na Dinamarca, ou seja, dos dados de grandes perdas, que excederam limiares elevados. No artigo, a conclusão foi que a Teoria de Valores Extremos foi um bom método para estimar essas perdas no ramo de seguros.

Em seguida, Souza & Silva (1999) buscaram verificar se existe uma melhoria significativa no cálculo do VaR através, assim como McNeil (1997), da aplicação da Teoria dos Valores Extremos. Para isso, utilizaram duas séries financeiras reais: retornos de C-Bond e retornos de Telebrás e as metodologias usadas para comparação foram: intervalo de confiança baseado em normalidade não-condicional, simulação histórica, EWMA (Riskmetrics), GARCH com distribuição normal, e GARCH com distribuição t-Student. Ao realizar as estimações, observaram que a Teoria de Valores Extremos é bastante apropriada para situações com níveis de significância igual ou menores a 1% e que o GARCH é melhor para estimar o interior da distribuição.

Depois Longin e Solnik (2001) avaliaram a hipótese de que a correlação internacional no mercado de ações aumenta em tempos voláteis, contrariando resultados anteriores equivocados que relataram uma relação entre correlação e volatilidade. Para isso, aplicaram a Teoria dos Valores Extremos, da mesma forma que McNeil (1997) e Souza & Silva (1999), nos retornos mensais do índice de ações de cinco países (Estados Unidos, Inglaterra, França, Alemanha e Japão) para modelar as caudas de distribuição multivariada e depois derivaram a distribuição de correlação extrema para uma ampla classe de distribuições de retorno. Como resultado, os autores descobriram que a correlação não estava relacionada à volatilidade do mercado em si, mas à sua tendência, uma vez que a correlação aumentou em mercados em baixa, mas não em mercados em alta.

No mesmo sentido que Souza & Silva (1999), Pereira & Pinto (2002) estudaram alguns métodos de cálculo do VaR. Para isso, compararam a Teoria de Valores Extremos com a simulação histórica, o EWMA e o GARCH para séries históricas de retornos logarítmicos diários de ativos financeiros. No final, chegaram à conclusão de que, para probabilidades pequenas, a Teoria de Valores Extremos apresentou o melhor resultado, mas a simulação histórica teve desempenho bastante semelhante. Já para probabilidades maiores, os métodos que se destacaram foram EWMA e GARCH.

Em seguida, Machry (2003) testou três metodologias: a paramétrica, a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo para a previsão do VaR das carteiras de três fundos de pensão brasileiros. Para a realização do teste, a autora utilizou cotações mensais das séries dos fatores de risco, retiradas do Economática e do IPEADATA, e também coletou dados mensais referentes à composição das carteiras junto à Secretaria de Previdência Complementar. No fim, os resultados não mostraram evidências de superioridade de nenhuma das três metodologias, já que o VaR foi excedido menos do que se esperava nos três casos, contrariando os resultados obtidos por Souza & Silva (1999) e Pereira & Pinto (2002).

Já Kontonikas (2004) verificou, no seu artigo, a relação entre a inflação e a incerteza usando dados mensais britânicos. No trabalho, a incerteza foi aproximada utilizando a volatilidade condicional estimada a partir de três modelos: inflação simétrica,

assimétrica e GARCH-M. No final, os resultados indicaram uma relação positiva entre a inflação passada e a incerteza atual.

Depois Arraes & Rocha (2006), semelhante com o que foi proposto por McNeil (1997), testaram os métodos tradicionais de estimação do VaR com a metodologia da Teoria de Valores Extremos e, mais específico, a distribuição generalizada dos valores extremos (GDE), nas séries do Ibovespa, do Merval e do Down Jones. Os métodos tradicionais utilizados foram a simulação histórica, a aproximação normal e a distribuição logística. Na conclusão, os resultados obtidos demonstraram que, para as três séries, com um nível de significância de 1%, a distribuição generalizada dos valores extremos apresentou as melhores estimativas, o que vai de encontro com Souza & Silva (1999).

Em seguida, parecido com os estudos de McNeil (1997) e Arraes & Rocha (2006), Bordi, Fraedrich, Petitta e Suter (2007) analisaram os períodos extremos de umidade e seca na Sicília. Para isso, aplicaram a Teoria dos Valores Extremos em séries temporais mensais de precipitação de 36 estações na Sicília. Por fim, descobriram que a ocorrência de extremos na Sicília está ligada à estrutura dipolo sul-norte de larga escala que cobre o setor europeu e apontaram que as ferramentas estatísticas empregadas precisaram ser adaptadas aos conjuntos de dados correlacionados.

No mesmo ano, Reitz e Westerhoff (2007) propuseram um modelo empírico de mercado de commodities com interativos heterogêneos que dependem de análises técnicas e fundamentais para determinar suas ações. Para a realização do trabalho, os autores utilizaram dados mensais para diversas commodities como algodão, açúcar e zinco e os aplicaram no modelo STAR-GARCH. As conclusões que os autores chegaram foram que, quanto mais os preços estiverem distantes do seu valor de equilíbrio de longo prazo, mais as análises fundamentalistas aparecerão e que o modelo sugere que os agentes heterogêneos e seu impacto comercial não linear podem ser responsáveis pelas oscilações nos preços das commodities.

Já Chrétien e Coggins (2010) compararam o desempenho e o conservadorismo de dezesseis modelos mensais de VaR para estimar o risco de três índices de ações, o americano CRSP, o alemão DAX e o japonês NIKKEI 225, utilizando uma base de

dados mensais, dando ênfase à técnica de simulação histórica filtrada. Dentre essas comparações, uma delas foi entre a escolha de variâncias condicionais GARCH versus RiskMetrics. Como resultados, os autores descobriram que os modelos de VaR aplicando GARCH apresentaram um desempenho melhor do que os que usaram RiskMetrics, principalmente para a probabilidade de 1% e que este mau desempenho é parcialmente explicado pela incapacidade da distribuição Normal de capturar as caudas pesadas da distribuição de retorno dos índices.

No mesmo ano, Pérez-Fructuoso & Pérez (2010) aplicaram a Teoria de Valores Extremos para ajustar a distribuição de Pareto Generalizada aos dados de seguros de automóvel de duas companhias importantes da Espanha. Além disso, também mostraram que a TVE melhora os ajustes clássicos por separar os sinistros extremos dos riscos de massa. Na conclusão desse artigo, constataram que a distribuição de Pareto Generalizada é uma boa ferramenta para modelar caudas de perdas severas e que as abordagens clássicas são boas apenas para a modelagem de riscos em massa.

Depois Fernandes (2012) examinou se existe uma superioridade da Teoria de Valores Extremos, no cálculo do VaR, em comparação com os métodos delta-linear, simulação histórica, simulação de Monte Carlo, EWMA em situações de crises sistêmicas. Para isso, foram usados os dados dos principais índices de mercado dos países que pertencem ao G7 e ao BRICS. Nesse artigo verificou que a TVE apresentou melhor resultado para o nível de significância de 99% mas que o EWMA foi melhor ao nível de significância de 99,9%.

Em termos de avaliação da previsão do VaR, Padula & Bacchini (2014) estudaram a capacidade de previsão do VaR no índice do Merval. Para isso, utilizaram os métodos de RiskMetrics, GARCH (1,1) padronizado e a Teoria de Valores Extremos. Os resultados mostraram que a metodologia GARCH(1,1) demonstrou o ajuste mais preciso para o índice.

Um outro estudo sobre a comparação de metodologias para o cálculo do VaR foi realizado por Gaio (2015) que avaliou vários modelos para a estimação do VaR para os índices das principais bolsas dos países desenvolvidos (Alemanha, Estados Unidos, França, Reino Unido e Japão) e emergentes (Brasil, Rússia, Índia, China e

África do Sul) para averiguar qual é o mais efetivo. Alguns dos métodos utilizados foram os tradicionais, simulação histórica, delta-normal e t-Student, e a Teoria de Valores extremos. Os valores revelaram que o modelo de TVE mostrou uma melhor eficiência para a estimação do VaR em comparação com as metodologias tradicionais.

Por fim, Costa (2016) aplicou a Teoria de Valores Extremos a uma série logarítmica do retorno da variabilidade diária das taxas de câmbio do dólar (US\$) frente ao real (R\$) para se obter a medida de risco da cauda. Como resultado, observou que a TVE auxilia na análise de perdas extremas em uma carteira de investimento e contorna o problema de modelar as caudas que os métodos clássicos não conseguem. No mesmo ano, Gabriel (2016) explorou a performance dos métodos da simulação histórica, da média móvel exponencial ponderada, da abordagem gaussiana, da distribuição t-Student, da aproximação de Cornish-Fisher e da teoria dos valores extremos com três níveis de confiança (95%, 99% e 99,5%) para a estimação do VaR. Para tanto, utilizou-se vários índices dos mercados internacionais, de países europeus, não europeus, desenvolvidos e emergentes e constatou que os modelos TVE e t-Student mostraram superioridade em detrimento das demais para todos os níveis de confiança analisados.

Como se pode observar, diversos estudos têm sido feitos sobre a estimação do VaR onde, em sua grande maioria, os resultados convergem para uma melhor performance dos modelos estimados a partir da Teoria de Valores Extremos. Mesmo assim, constata-se que no Brasil, as áreas de gerenciamento de riscos das seguradoras, no geral, ainda não empregam tal metodologia.

Também é possível notar que vários trabalhos, predominantemente internacionais, foram realizados utilizando uma base de dados mensais e que a maior parte deles abordou uma mesma área de estudo, a área financeira. Esses trabalhos servem para corroborar a validade do uso de bases mensais para o estudo da aplicação da teoria dos valores extremos e de outros modelos no mercado de seguro de automóveis.

### 3. METODOLOGIA

Para atingir os objetivos supracitados, serão realizadas a implementação e a análise dos modelos para se calcular o VaR segundo a Teoria dos Valores Extremos, RiskMetrics, GARCH e Simulação Histórica, com o auxílio dos programas estatísticos Gretl e Stata, nos dados de seguros de automóveis da SUSEP do período de Setembro de 2000 a Novembro de 2013, uma vez que, a partir de dez/2013 os dados disponibilizados pela SUSEP sofreram alterações nos seus conceitos, impossibilitando o seu uso até então.

Conforme destacado, o VaR pode ser estimado de diversas maneiras e, dentre as metodologias mais usuais no mercado e comumente citadas na literatura acadêmica, destacam-se as seguintes: RiskMetrics, família de modelos autorregressivos (dentre eles o GARCH) e simulação histórica. No entanto, uma outra forma de se obter o VaR, que tem sido alvo de pesquisas é através do uso da Teoria de Valores Extremos.

Para a avaliação dos métodos propostos, será empregado o teste de *backtesting* de Kupiec (Kupiec, 1995). Além disso, para conseguir os parâmetros e os valores do VaR para cada um dos modelos analisados será utilizados os softwares estatísticos Stata e Gretl. Em seguida, para realizar as interpretações e comparações entre os valores estimados por cada modelo, segundo os diferentes níveis de significância adotados, será considerado o valor do sinistro retido do mês de Novembro de 2013, de R\$ 130.795.134, uma vez que esse valor é o mais recente na base de dados utilizada.

### 3.1 Modelos para o cálculo do VaR

#### 3.1.1 Teoria dos Valores Extremos (TVE)

Embrechts, Kluppüelberg and Mikosch (1997) iniciaram os estudos da Teoria dos Valores Extremos aplicados às áreas de finanças e seguros. Ao considerar uma série de retornos independente e identicamente distribuída (i.i.d) com  $r_{(T)} = \max \{r_1, \dots, r_T\}$ , o estudo será sobre a distribuição assintótica de  $r_{(T)}$ , ou seja, do valor máximo. Segundo Morettin (2011), se haver sequências de constantes  $\{a_T > 0\}$  e  $\{b_T\}$  tal que  $r_T$  convirja para uma distribuição  $G(z)$  quando  $T \rightarrow \infty$ , com G não degenerada, a distribuição G pertencerá a uma das seguintes famílias:

i. Gumbel:

$$G(z) = \exp \left\{ - \exp \left[ - \frac{z-b}{a} \right] \right\}, \quad -\infty < z < +\infty \quad (1)$$

ii. Fréchet:

$$G(z) = \begin{cases} 0, & \text{se } z \leq b \\ \exp \left\{ - \left[ \frac{z-b}{a} \right]^{-\alpha} \right\}, & \text{se } z > b \end{cases} \quad (2)$$



iii. Weibull:

$$G(z) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[\left(\frac{z-b}{a}\right)^\alpha\right]\right\}, & \text{se } z < b \\ 1, & \text{se } z \geq b \end{cases} \quad (3)$$

para  $a > 0$ ,  $\alpha > 0$  e  $b$  real., com  $b = \mu$ ,  $a = \sigma$  e  $z$  será os valores de sinistro retido da base de dados utilizada para o cálculo.

Essas três famílias são conhecidas como distribuições de valores extremos (Morettin, 2011). A Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GVE) reúne as três famílias citadas anteriormente e é definida na equação 4:

$$G(z) = \exp\left\{-\left[1 + \xi \left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\} \quad (4)$$

com  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$ ,  $-\infty < \xi < \infty$ .

Como  $\xi$  é o parâmetro de forma, quando  $\xi > 0$ ,  $G(z)$  seguirá uma distribuição de Fréchet. Quando  $\xi = 0$ ,  $G(z)$  seguirá uma distribuição de Weibull e quando  $\xi < 0$ ,  $G(z)$  seguirá uma distribuição de Gumbel (Morettin, 2011). O parâmetro  $\xi$  pode ser calculado pelo método da Máxima Verossimilhança e o VaR pode ser estimado aplicando a equação 5, conforme segue abaixo:

$$VaR = \mu + \frac{\sigma}{\xi} [(-\ln(1 - \alpha))^{-\xi} - 1] \quad (5)$$

Além disso, na Teoria dos Valores Extremos há duas abordagens para se definir os valores máximos que irão compor o modelo a ser analisado: a modelagem segundo

o modelo Block Maxima (BMM) e a denominada Peak Over Threshold Model (POT). A ideia do BMM é dividir a base de dados em blocos de tamanhos fixos e, depois, analisar a amostra gerada contendo apenas os valores máximos de cada bloco. Já no POT, o objetivo é estudar a amostra gerada pelos valores que excederam um determinado limiar escolhido.

Nesse estudo foi adotada a abordagem POT em que o threshold escolhido foi os 10% dos valores mais altos da base de dados uma vez que, como a base utilizada é mensal, o modelo do Block Maxima iria gerar uma amostra muito pequena para ser usada nas estimações. Com isso, o valor limiar “u” considerado para formar a amostra com os valores máximos será de 140.000.000.

### 3.1.2 RiskMetrics

O método RiskMetrics foi desenvolvido por J.P Morgan (1996), no qual se assume que, considerando os dados do passado, a distribuição condicional dos retornos segue a distribuição normal com média zero e variância  $\sigma_t^2$ , ou seja,

$$r_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (6)$$

Com isso, o VaR é calculado a partir dos desvios-padrão e das correlações dos retornos. Para se determinar a volatilidade  $\sigma_t^2$  é usado o modelo EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), conforme equação 7.

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2 \quad 0 < \lambda < 1 \quad (7)$$

O  $\lambda$  é o valor do parâmetro de suavização e pode ser calculado minimizando o erro quadrático médio (EQM) (Morettin, 2011).

$$EQM(\hat{\lambda}) = Var(\hat{\lambda}) + [E(\hat{\lambda}) - \lambda]^2 \quad (8)$$

Assim, é possível obter o valor do VaR segundo a equação 9:

$$VaR_{\alpha} = \mu + (\sigma_t^2 * Z_{\alpha}) \quad (9)$$

### 3.1.3 GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*)

O modelo GARCH (m,n) foi proposto por Bollerslev (1986) e é definido da forma apresentada em (10):

$$r_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}, \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (10)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j} \quad (11)$$

e apresenta as seguintes restrições:

$$\alpha_0 > 0 \quad \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m-1 \quad m > 0$$

$$\beta_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n-1 \quad n \geq 0$$

Nessas equações,  $r_t$  são os retornos no período  $t$  e  $h_t$  é a variância condicional dos retornos para o mesmo período  $t$ .  $\varepsilon_t$  é uma variável aleatória que segue a distribuição normal padrão com média igual a zero e variância igual a um e  $\alpha_0$ ,  $\alpha_i$  e  $\beta_j$  são os parâmetros do modelo GARCH.

A volatilidade calculada ajuda a estabelecer um possível cenário para as oscilações da base de dados, proporcionando uma melhor estimativa do VaR.

### 3.1.4 Simulação Histórica

O método por simulação histórica consiste em observar a distribuição dos valores de sinistros pagos no passado dividida por blocos de tempo e considerar que essa distribuição também será seguida pelos sinistros retidos no presente e que vai acontecer no futuro. A vantagem desse método é que são necessárias poucas suposições e é fácil de implementá-lo (Danielsson & De Vries, 2000)

Para a estimação do VaR pelo método de Simulação Histórica, será simulada a variação mensal dos sinistros retidos com base nos cenários históricos e ordenada em ordem decrescente. Em seguida serão obtidas as variações referentes ao 10º, 5º e 1º percentil e essas variações serão multiplicadas pelo sinistro retido observado em  $t-1$  para estimar a perda máxima em  $t$ .

## 3.2 Testes de Avaliação dos Modelos

### 3.2.1 *Backtesting* de Kupiec (1995)

O *Backtesting* de Kupiec (1995), também chamado de POF test (proportion of failures), tem a finalidade de verificar se o número de falhas, valores que excederam o VaR calculado, em relação à quantidade total de observações está de acordo com o nível de significância adotado no modelo para o cálculo do VaR. As hipóteses nula e alternativa desse teste são  $\begin{cases} H_0: \alpha = \hat{\alpha} = \frac{x}{N} \\ H_a: \alpha \neq \hat{\alpha} \end{cases}$ , sendo:  $x$  o número de falhas,  $N$  o número total da amostra e  $\hat{\alpha}$  a taxa de falha. Se o modelo estiver corretamente estimado,  $\hat{\alpha}$  será igual a  $\alpha$ .

A estatística do teste é dada por:

$$LR_{POF} = -2 \ln \left( \frac{(1-\alpha)^{N-x} \alpha^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{N}\right)\right]^{N-x} \left(\frac{x}{N}\right)^x} \right) \quad (12)$$

Em que  $LR_{POF}$  segue distribuição assintótica  $\chi^2$  com 1 grau de liberdade, se a hipótese nula for verdadeira. Caso  $LR_{POF}$  ultrapasse o valor crítico da distribuição  $\chi^2$ , a hipótese nula será rejeitada e o modelo será considerado impreciso.

## 4. RESULTADOS

A base de dados usada nesse trabalho foi obtida através do Sistema de Estatísticas da SUSEP (SES) e contempla os valores do Ramo 0531 – Automóvel – Casco, no período de Setembro de 2000 a Novembro de 2013, divididos mensalmente. A variável utilizada nos cálculos foi a de Sinistro Retido, que corresponde ao volume de sinistros ocorridos, de responsabilidade da seguradora, em um determinado intervalo de tempo de estudo. Ela abrange tantos os sinistros ocorridos e avisados

como os sinistros ocorridos e não avisados mais a parcela de Cosseguro Aceito e subtraindo a parcela de Cosseguro Cedido e a de Salvados e Ressarcimentos.

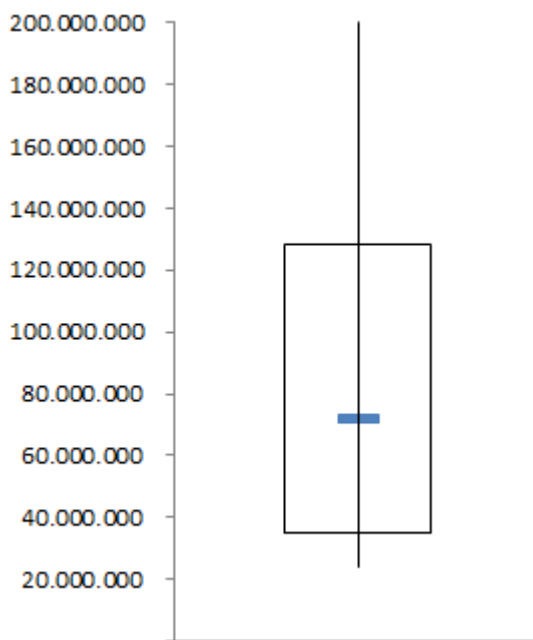
A Tabela 1, logo abaixo, apresenta algumas estatísticas descritivas da base de dados:

Tabela 1: Estatísticas descritivas da base de dados.

<b>Estatística</b>	<b>Valor</b>
<b>Média</b>	73.754.378
<b>Mediana</b>	72.188.072
<b>Desvio Padrão</b>	42.569.929
<b>Mínimo</b>	21.400.963
<b>Máximo</b>	179.958.453
<b>1º Quantil</b>	31.254.980
<b>3ºQuantil</b>	115.392.317
<b>Assimetria</b>	0,3717
<b>Curtose</b>	- 1,1193

\*Número de Observações: 159

Gráfico 1: Gráfico Box-plot da base de dados.



Segundo a Tabela 1, a média dos valores da base de dados é 73.754.378 com um desvio padrão de 42.569.929. Além disso, observa-se que a mediana é menor que a média mostrando, juntamente com o Box-plot no gráfico 1 e a assimetria positiva, que a distribuição dos valores da base analisada tem uma cauda à direita. Isso indica, conforme também apresentado no gráfico 1, que a base contém uma quantidade de valores extremos considerável.

Para a estimação do VaR pelo método de Simulação Histórica, foi simulada a variação mensal dos sinistros retidos com base nos cenários históricos e ordenada em ordem decrescente. Em seguida foi obtidas as variações referentes ao 10º, 5º e 1º percentil e esses valores foram multiplicados pelo sinistro retido observado em  $t - 1$  para estimar a perda máxima em  $t$ .

Já para o cálculo do VaR pelo método do RiskMetrics, foi estimado o parâmetro  $\lambda = 0,94$  para se obter a volatilidade que, depois, foi aplicada na equação 9. Nela foram considerados os valores da tabela Normal Padrão:  $Z_{90\%} = 1,28$ ;  $Z_{95\%} = 1,65$  e  $Z_{99\%} = 2,33$ .

Para calcular os parâmetros do modelo GARCH, apresentados na tabela 2, que foi aplicado no cálculo do VaR, foi utilizado o software Gretl e os resultados obtidos foram:

Tabela 2: Parâmetros do GARCH.

Parâmetros	Valor
$\alpha_0$	0,1**
$\alpha_1$	0,2**
$\beta$	0,7*

em que \* significa um valor-p de 10% e \*\* indica um valor-p de 5%.

Na estimação do VaR utilizando a Teoria dos Valores Extremos foi obtido, pelo método da Máxima Verossimilhança, o parâmetro  $\xi = 0,07^*$ , aproximadamente, indicando que  $G(z)$  pertence à família Fréchet. Além disso, foi utilizado o método *Peak Over Threshold Model* (POT) para se obter a amostra contendo apenas os valores máximos da base de dados que ultrapassaram o limiar de  $u = 140.000.000$ .

Com a aplicação dos modelos citados no item 5. Metodologia nos dados, foram obtidos os seguintes resultados apresentados na Tabela 3:



Tabela 3: Comparação dos valores do VaR para diferentes níveis de confiança.

	VaR		
	10%	5%	1%
<b>Teoria dos Valores Extremos</b>	152.076.409	152.360.853	152.883.615
<b>Simulação Histórica</b>	148.739.697	167.056.847	248.042.220
<b>RiskMetrics</b>	141.812.944	161.486.123	197.642.236
<b>GARCH</b>	164.371.558	190.691.898	239.064.414

Nessa tabela é possível observar que os valores estimados que mais se aproximaram do valor real, de R\$ 130.795.134, foram os obtidos pelo modelo da Teoria dos Valores Extremos para os níveis de significância de 5% e 1% e que, para o nível de 10%, o mais próximo foi gerado pelo modelo RiskMetrics. Também é possível notar que o modelo GARCH apresentou as maiores estimativas dos quatro modelos testados, indicando, juntamente com os resultados apresentados na tabela 4, que o GARCH foi o que mais superestimou o risco. Já a Simulação Histórica foi o segundo melhor modelo para o nível de significância de 10% e o RiskMetrics foi o segundo melhor modelo para os outros dois níveis, de 5% e 1%.

Além disso, ao verificar as porcentagens demonstradas na Tabela 4, referente ao *backtesting* de Kupiec, nota-se que nenhum modelo apresentou um número de violações maior que o nível de confiança adotado, mostrando que o risco foi superestimado para os quatro modelos. Para o nível de significância de 10%, o modelo com a melhor estimativa foi o RiskMetrics, coincidindo com a interpretação do valor apresentado na tabela 3. Para os outros dois níveis foi observado que o melhor modelo foi a Teoria dos Valores Extremos, concordando também com o que foi verificado na tabela 3.

Tabela 4: Valores do Backtesting de Kupiec.

	<b>Backtesting de Kupiec</b>		
	<b>90%</b>	<b>95%</b>	<b>99%</b>
<b>Teoria dos Valores Extremos</b>	1%	1%	1%
<b>Simulação Histórica</b>	4%	1%	0%
<b>RiskMetrics</b>	7%	1%	0%
<b>GARCH</b>	1%	0%	0%

Com isso, o modelo da Teoria dos Valores Extremos apresentou as melhores estimativas para os dois menores níveis de significância, seguido pelo modelo do RiskMetrics que demonstrou o melhor desempenho, ao nível de significância de 10%, seguido pela Simulação Histórica, Teoria dos Valores Extremos e GARCH, respectivamente.

## 5. CONCLUSÃO

Assim, observou-se que o mercado de seguros vem crescendo no Brasil nos últimos anos e que o ramo de Automóvel é um dos principais responsáveis por esse crescimento. Com isso, tornou-se importante a estimativa das grandes perdas por parte das seguradoras para que elas consigam uma proteção tanto com a constituição de uma reserva técnica como uma maneira de desenvolver melhores estratégias com os seus contratos de resseguro.

Para realizar essa estimativa, um método bastante difundido no mercado e utilizado nesse presente estudo é o cálculo do VaR e através dos resultados obtidos conclui-se que o modelo da Teoria dos Valores Extremos apresentou um melhor resultado na análise das caudas pesadas da amostra analisada em comparação com os modelos GARCH, RiskMetrics e Simulação Histórica, corroborando com as

informações obtidas nos trabalhos de McNeil (1997), Souza & Silva (1999), Pereira & Pinto (2002), Machry (2003) e Arraes & Rocha (2006).

Além disso, constatou-se também a necessidade da elaboração de novos estudos aplicando a Teoria dos Valores Extremos em outras áreas e em outros ramos de seguros com o objetivo de verificar a sua validade e contribuir para difundir essa metodologia com o intuito de trazer mais estabilidade para a área de seguros.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRES, K.R **Variabilidade do Prêmio do Seguro de Automóveis**, UNIJUI Bacharelado em Ciências Contábeis (Dissertação), 2012.
- ARRAES, R.A; ROCHA, A.S. **Perdas extremas em mercados de risco**, Revista Contabilidade & Finanças, vol.17, nº42, São Paulo, 2006.
- BAUWENS, L; DEPRINS, D; VANDEUREN, J. **Modelling interest rates with a cointegrated VAR – GARCH model**, CORE Discussion Papers, Center for Operations Research and Econometrics, 1997.
- BOLLERSLEV, T. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**. Journal of Econometrics. Vol.31, p.307-327, 1986.
- BORDI, I; FRAEDRICH, K; PETITTA, M; SUTERA, A. **Extreme Value analysis of wet and dry periods in Sicily**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 87, p. 61 – 71, 2007.
- BRAGA, V.H.S. **Adições à Proposta do Modelo SUSEP de Risco de Mercado**, FGV Mestrado Executivo em Gestão Empresarial (Dissertação), 2014.
- CARITÁ, F; CARDOSO, N. D. M; ROSAL, J.M; BOTOLUZZO, A.B **Teoria dos valores extremos adequa-se ao Ibovespa na crise de 2008?**, Insper Working Paper, 2015.
- CHAVEZ-DEMOULIN, V.; EMBRECHTS, P. **Advanced Extremal Models for Operational Risk**, Department of Mathematics, 2004.

CNSEG. **Estatísticas – Mercado.** Disponível em:  
 <<http://cnseg.org.br/cnseg/estatisticas/mercado/>> Acesso em 07 Mai. 2018.

COSTA, N. S. S. **Aplicação da Teoria do Valor Extremo em Séries do Mercado de Câmbio**, Universidade de Brasília, Bacharelado em Ciências Contábeis (Monografia), 2016.

CHRÉTIEN, S; COGGINS, F. **Performance and conservatism of monthly FHS VaR: An international investigation**, International Review of Financial Analysis, Vol. 19, p. 323 – 333, 2010.

DANIELSSON, J; DE VRIES, C.G **Value at Risk and Extreme Returns**, Annales d'Économie et de Statistique, n° 60, 2000.

DIAS, L.E **Análise Empírica do Value at Risk por Simulação Histórica com Atualização de Volatilidade para Fundos de Ações no Brasil**, FGV Mestrado em Finanças e Economia Empresarial (Dissertação), 2010.

EMBRECHTS, P.; KLUPPÜELBERG, C.; MIKOSCH, T. **Modelling Extremal Events for Insurance and Finance**, Berlin, Springer, 1997.

FENACOR. **Análise Estatística – Fenacor**, 2017. Disponível em:  
 <<https://www.fenacor.org.br/Servicos/ArtigosDetalhes?Slug=analise-estatistica---fenacor-dados-disponive4>> Acesso em 27 Abr. 2018.

FERNANDES, B V. R. **Modelos de valores extremos e convencionais de VaR: Nível de acurácia na previsão de risco de mercado nos países do G7 e BRICS**, UnB, Doutorado em Ciências Contábeis (Tese), Brasília, 2012.

FISHER, R.A; TIPPETT L.H.C **Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample**, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, v.24, p 180-190, 1928.

GABRIEL, V. M. S. **Metodologia Value-at-Risk: Análise de performance em mercados bolsistas**, Instituto Politécnico da Guarda, 2016.

GAIO, L.E. **Value at Risk no mercado financeiro internacional: Avaliação da performance dos modelos nos países desenvolvidos e emergentes**, USP, Doutorado em Administração de Organizações (Tese), Ribeirão Preto, 2015.

GOODWIN, P.; LAWTON, R. **On the asymmetry of the symmetric MAPE**, International Journal of Forecasting, Vol.15, p. 405-408, 1999.

IBGE. **Contas Nacionais Trimestrais**, 2004. Disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/pdf/31032004pib.pdf> Acesso em 28 Abr. 2018.

IBGE. **PIB recua 3,6% em 2016 e fecha ano em R\$ 6,3 trilhões**, 2017. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/2013-agencia-de-noticias/releases/9439-pib-recua-3-6-em-2016-e-fecha-ano-em-r-6-3-trilhoes.html> Acesso em 28 Abr. 2018.

JORION, P.. **Value at Risk. Nova York: McGraw-Hill**, 1997.

KIM, S.; KIM, H. **A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts**, International Journal of Forecasting, Vol. 32, p. 669-679, 2016.

- KONTONIKAS, A. **Inflation and inflation uncertainty in the United Kingdom, evidence from GARCH modelling**, *Economic Modelling*, Vol. 21, p. 525-543, 2004.
- KUPIEC, P. **Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models**. *Journal of Derivatives*, Winter, 1995.
- LINSMEIER, T.J; PEARSON, N.D. **Value at Risk**, Association for Investment Management and Research, 2000.
- LONGIN, F.; SOLNIK, B. **Extreme Correlation of International Equity Markets**, *The Journal of Finance*, Vol. 56, p. 649 – 676, 2001.
- MACHRY, M.S. **O uso do Value at Risk (VaR) como medida de risco para os fundos de pensão**, FGV Mestrado em Administração Contábil-Financeira (Dissertação), 2003.
- MCNEIL, A.J. **Estimating The Tails Of Loss Severity Distributions Using Extreme Value Theory**, *Astin Bulletin*, Vol 27, p. 117-117, 1997.
- MORETTIN, P.A. **Econometria Financeira: Um curso em séries temporais financeiras**. 2ª Ed. São Paulo: Blucher, 2011.
- MORGAN, J.P. **RiskMetrics – Technical Document**, 4ª Ed. New York, 1996.
- NG, L. **Tests of the CAPM with Time-Varying Covariances: A Multivariate GARCH Approach**, *The Journal of Finance*, Vol. 46, p. 1507 – 1521, 1991.

NIEPPOLA, O. **Backtesting Value-at-Risk Models**, Helsinki School of Economics, Mestrado em Economia (Tese), 2009.

PADULA, E. I; BACCHINI, R. D. **Estudio Comparativo de Metodologías para el Cálculo del valor a Riesgo: Aplicación al Merval**, Revista de Investigación en Modelos Financieros, vol. 02. Disponível em: <<http://ojs.econ.uba.ar/ojs/index.php/RIMF/article/view/620>> Acesso em 01 Mai. 2018.

PAFKA, S.; KONDOR, I. **Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets**, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2008.

PÉREZ-FRUCTUOSO, M.J; PÉREZ, A.G **Analyzing solvency with extreme value theory: an application to the Spanish motor liability insurance Market**, Innovar, vol. 20, nº36, Bogotá, 2010.

PEREIRA, P. L. V; PINTO, F.C **Teoria de valores extremos: aplicações em valor em risco**, Resenha BM&F, nº162, p.35 – 50, 2002.

REITZ, S.; WESTERHOFF, F. **Commodity price cycles and heterogeneous speculators: a STAR-GARCH model**, Empirical Economics, Vol. 33, p. 231 – 244, 2007.

SINCOR. **Ranking das Seguradoras**, 2016. Disponível em: <[https://www.sincor.org.br/wp-content/uploads/2017/05/rankingseguradoras\\_2016\\_web.pdf](https://www.sincor.org.br/wp-content/uploads/2017/05/rankingseguradoras_2016_web.pdf)> Acesso em 26 Abr. 2018.



SOUZA, L.A.R; SILVA, M.E **Teoria de Valores Extremos para cálculo de VaR**, Universidade de São Paulo, 1999.

SOUZA, S. **Seguros: Contabilidade, Atuária e Auditoria**, 2º Ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

SUSEP. **Relação de Empresas.** Disponível em:  
<<http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-publico/mercado-supervisionado/entidades-supervisionadas>> Acesso em 27 Abr. 2018.

SUSEP. **6º Relatório de Análise e Acompanhamento dos Mercados**, 2017. Disponível em:  
<[http://www.susep.gov.br/menuestatistica/SES/Relat\\_Acomp\\_Mercado\\_2016.pdf](http://www.susep.gov.br/menuestatistica/SES/Relat_Acomp_Mercado_2016.pdf)> Acesso em 26 Abr. 2018.